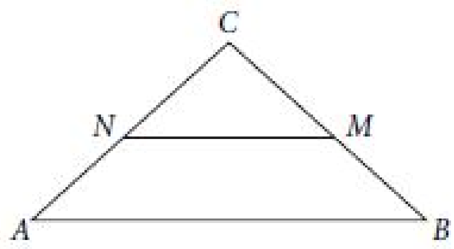
6. час

На шестом часу научили смо Талесову теорему.
Можете пронаћи више верзија легенде према којој је Талес применом ове тореме измерио висину Кеопсове пирамиде.

У свеске напишите следеће (реченице обојене плавом бојом и упутства за решавање у примерима не морате да пишете):

Талесова теорема



Нацртајте ΔABC. Нека је тачка N средиште дужи AC, а тачка M средиште дужи BC.

$N = S(AC)$, $M = S(BC)$

Тада је:

$CN = \frac{1}{2}CA$ и $CM = \frac{1}{2}CB$

Приметимо да је MN средња линија троугла. Зато важи:

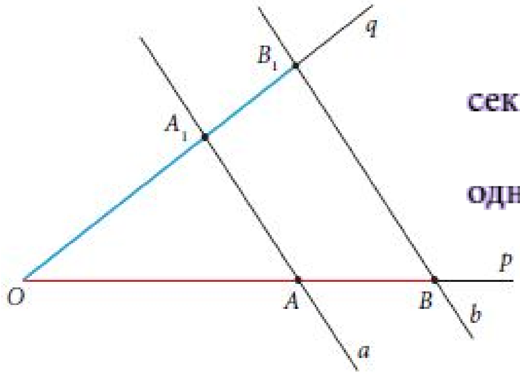
$MN||AB$ и $MN = \frac{1}{2}AB$

Из наведених једнакости можемо закључити:

$$\frac{CA}{CN} = \frac{CB}{CM} = \frac{AB}{MN} = \frac{2}{1}$$

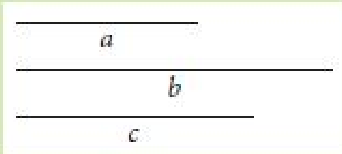
Када смо у шестом разреду учили о средњој линији троугла нисмо слутили да се ту крије специјалан случај Талесове теореме.

Талесова теорема: Ако паралелне праве секу краке угла, тада су осечци на крацима од темена до пресека са правом и одсечци између кракова директно пропорционални.



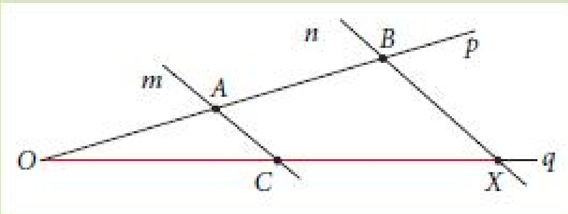
На слици видимо случај кад паралелне праве a и b секу краке угла pOq. Према тврђењу је: $\frac{OA}{OB} = \frac{OA_1}{OB_1} = \frac{AA_1}{BB_1}$, односно $OA : OB = OA_1 : OB_1 = AA_1 = BB_1$.

Пример 1. Ако су задате (нацртане) дужи a, b и c, као на слици десно, конструиши дуж x тако да буде $a : b = c : x$.



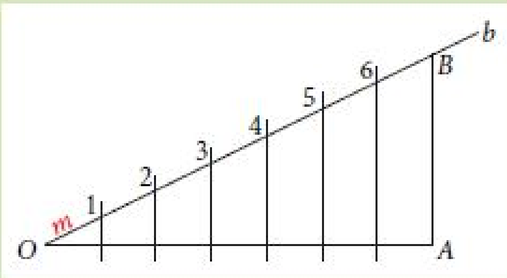
Решење. Ако задати услов упоредимо с Талесовом теоремом, тј. са $OA : OB = OA_1 : OB_1$, видимо да дужи $OA = a$ и $OB = b$ конструишемо на једном краку угла pOq, а дужи $OC = c$ и $OX = x$ на другом краку. Притом су праве $AC = m$ и $BX = n$ паралелне.

Конструкција. Нека је pOq угао као на слици и на краку Op тачке A и B такве да је $OA = a$ и $OB = b$, а на краку Oq тачка C тако да је $OC = c$. Кроз B конструишемо праву n паралелну с правом $m = AC$. Означимо са X пресек праве n са Oq. Према Талесовој теореми је $OA : OB = OC : OX$, односно $a : b = c : OX$. Дакле, дуж $OX = x$ је тражена дуж.



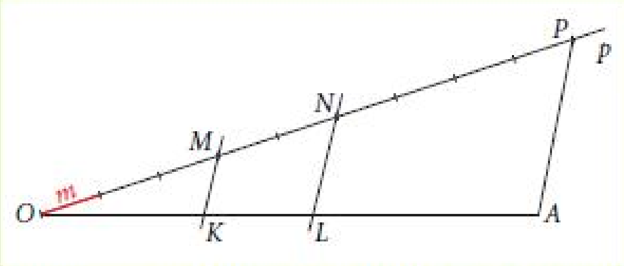
Пример 2. Дату дуж $OA = a$ подели на седам једнаких делова.

Решење. Кроз тачку O повучемо полуправу Ob и на њој одредимо тачку означену са 1 тако да је дуж од 0 до 1 нека произвољно изабрана дуж m. Затим, на полуправој Ob шестаром (преносећи шест пута дуж m) одредимо тачке: 2, 3, 4, 5, 6 и B. Тако добијемо дуж OB подељену на седам једнаких делова: $OB = 7m$. Конструишемо дуж AB и кроз тачке од 1 до 6 праве паралелне са AB. Ове паралеле деле дуж OA на седам једнаких делова.



Пример 3. Дату дуж $a = OA$ подели на три одсечка који одређују размеру $3 : 2 : 4$.

Решење. Треба конструисати тачке K и L на дужи $OA = a$ тако да је $OK : KL : LA = 3 : 2 : 4$, односно $\frac{OK}{3} = \frac{KL}{2} = \frac{LA}{4} = k$. Према особинама пропорције, одавде је $OK = 3k$, $KL = 2k$, $LA = 4k$ и $OA = OK + KL + LA = 9k$. Поступајући као у претходном примеру, додамо полуправу Op и произвољно изабрану дуж m пренесемо 9 пута. Онда означимо M, N и P тако да је $OM = 3m$, $MN = 2m$, а $ON = 5m$ и $NP = 4m$, односно $OP = 9m$. Даље, као у претходном примеру, конструишемо дуж AP и праве MK и NL паралелне са AP. Добијемо тражене тачке K и L на дужи OA. Наиме, из $OK : OL : OA = 3 : 5 : 9$ следи $OK : KL : LA = 3 : 2 : 4$.



Домаћи задатак: 1.б), 3.а),б) , 4.д), 5.а).

Ако нешто не разумете, пошаљите ми мејл.

Наставница Марија Тадић